

Donner tous les mots de 5 lettres que l'on peut écrire à partir des lettres du mot BASIC.

Donner tous les mots que l'on peut écrire à partir des lettres du mot BASIC.

(note : par « mot » on entend ici un assemblage ordonné de lettres non répétées n'ayant pas nécessairement un sens en français. Ainsi, CASIB et SCABI sont deux mots de 5 lettres élaborés à partir des lettres du mot BASIC)

Analyse

La première question est un simple problème de permutation.
Pour ce qui est de la deuxième, on doit garder présent à l'esprit le fait qu'un mot est un ensemble ordonné de lettres. Il convient donc de déterminer des nombres d'arrangements.

Résolution

Nombre de mots de 5 lettres pouvant être écrits avec les lettres du mot BASIC

Soit N le nombre cherché. N est égal au nombre de permutations des éléments de l'ensemble $E = \{B, A, S, I, C\}$.

Cet ensemble comporte 5 éléments, on en déduit que le nombre cherché est : $N = 5! = 120$.

Nombre de mots pouvant être écrits avec les lettres du mot BASIC

Soit N' le nombre cherché.

Cette fois, le nombre de lettres n'est pas imposé. Les mots peuvent être écrits avec 1, 2, 3, 4 ou 5 lettres. A chaque fois, l'ordre compte (par exemple, les mots SAC et CAS sont différents !) et on utilise donc les arrangements :

- Mots de 1 lettre : $A_5^1 = \frac{5!}{(5-1)!} = \frac{5!}{4!} = 5$;
- Mots de 2 lettres : $A_5^2 = \frac{5!}{(5-2)!} = \frac{5!}{3!} = 5 \times 4 = 20$;
- Mots de 3 lettres : $A_5^3 = \frac{5!}{(5-3)!} = \frac{5!}{2!} = 5 \times 4 \times 3 = 60$;

- Mots de 4 lettres : $A_5^4 = \frac{5!}{(5-4)!} = \frac{5!}{1!} = 5! = 120$;
- Mots de 5 lettres : 120 (résultat obtenu à la question précédente).

Finalement : $N' = 120 + 120 + 60 + 20 + 5 = 325$.

Résultat final

Avec les lettres du mot BASIC, on peut écrire :

- 120 mots de 5 lettres ;
- un total de 325 mots.