Formulaire PanaMaths
Développements limités usuels

Fonction	Développement limité à l'origine
$x \mapsto e^x$	$1+x+\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{6}+\ldots+\frac{x^k}{k!}+\ldots+\frac{x^n}{n!}+\mathrm{o}\left(x^n\right)$
$x \mapsto \cosh(x)$	$1+\frac{x^2}{2}+\frac{x^4}{24}+\frac{x^6}{720}+\ldots+\frac{x^{2k}}{(2k)!}+\ldots+\frac{x^{2n}}{(2n)!}+\mathrm{o}\left(x^{2n+1}\right)$
$x \mapsto \sinh(x)$	$x+\frac{x^3}{6}+\frac{x^5}{120}+\frac{x^7}{5040}+\ldots+\frac{x^{2k+1}}{(2k+1)!}+\ldots+\frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}+o\left(x^{2n+2}\right)$
$x \mapsto \cos(x)$	$1-\frac{x^2}{2}+\frac{x^4}{24}-\frac{x^6}{720}+\ldots+\frac{(-1)^k x^{2k}}{(2k)!}+\ldots+\frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n)!}+\mathrm{o}\left(x^{2n+1}\right)$
$x \mapsto \sin(x)$	$x-\frac{x^3}{6}+\frac{x^5}{120}-\frac{x^7}{5040}+\ldots+\frac{(-1)^k x^{2k+1}}{(2k+1)!}+\ldots+\frac{(-1)^n x^{2n+1}}{(2n+1)!}+\mathrm{o}\left(x^{2n+2}\right)$
$x \mapsto (1+x)^\alpha$ où $\alpha \in \mathbb{R}$	$1+\alpha x+\frac{\alpha(\alpha-1)}{2}x^2+\ldots+\frac{\alpha(\alpha-1)\ldots(\alpha-(k-1))}{k!}x^k+\ldots$ $\ldots+\frac{\alpha(\alpha-1)\ldots(\alpha-(n-1))}{n!}x^n+o\left(x^n\right)$
$x \mapsto \sqrt{1+x}$	$1+\frac{x}{2}-\frac{x^2}{8}+\frac{x^3}{16}+\ldots+\frac{(-1)^{k+1}(2k)!\,x^k}{(2k-1)2^{2k}(k!)^2}+\ldots+\frac{(-1)^{n+1}(2n)!\,x^n}{(2n-1)2^{2n}(n!)^2}+\mathrm{o}\left(x^n\right)$
$x \mapsto \frac{1}{1-x}$	$1+x+x^2+x^3+\ldots+x^k+\ldots+x^n+\mathrm{o}\left(x^n\right)$
$x \mapsto \frac{1}{1+x}$	$1-x+x^2-x^3+\ldots+(-1)^k x^k+\ldots+(-1)^n x^n+o\left(x^n\right)$
$x \mapsto \frac{1}{1+x^2}$	$1-x^2+x^4-x^6+\ldots+(-1)^k x^{2k}+\ldots+(-1)^n x^{2n}+\mathrm{o}\left(x^{2n+1}\right)$
$x \mapsto \frac{1}{1-x^2}$	$1+x^2+x^4+x^6+\ldots+x^{2k}+\ldots+x^{2n}+\mathrm{o}\left(x^{2n+1}\right)$
$x \mapsto \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$1+\frac{x^2}{2}+\frac{3x^4}{8}+\frac{5x^6}{16}+\ldots+\frac{(2k)!}{2^{2k}(k!)^2}x^{2k}+\ldots+\frac{(2n)!}{2^{2n}(n!)^2}x^{2n}+\mathrm{o}\left(x^{2n+1}\right)$
$x \mapsto \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$	$1-\frac{x^2}{2}+\frac{3x^4}{8}-\frac{5x^6}{16}+\ldots+\frac{(-1)^k(2k)!}{2^{2k}(k!)^2}x^{2k}+\ldots+\frac{(-1)^n(2n)!}{2^{2n}(n!)^2}x^{2n}+\mathrm{o}\left(x^{2n+1}\right)$

En intégrant les développements limités précédents (attention à la valeur prise pour $x=0$), on obtient :

Fonction	Développement limité à l'origine
$x \mapsto \ln(1-x)$	$-x-\frac{x^2}{2}-\frac{x^3}{3}-\frac{x^4}{4}-\ldots-\frac{x^k}{k}-\ldots-\frac{x^n}{n}+\mathrm{o}(x^n)$
$x \mapsto \ln(1+x)$	$x-\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{3}-\frac{x^4}{4}+\ldots+\frac{(-1)^{k+1}x^k}{k}+\ldots+\frac{(-1)^{n+1}x^n}{n}+\mathrm{o}(x^n)$
$x \mapsto \arctan x$	$x-\frac{x^3}{3}+\frac{x^5}{5}-\frac{x^7}{7}+\ldots+\frac{(-1)^k x^{2k+1}}{2k+1}+\ldots+\frac{(-1)^n x^{2n+1}}{2n+1}+o(x^{2n+2})$
$x \mapsto \operatorname{arg\,tanh} x$	$1+\frac{x^3}{3}+\frac{x^5}{5}+\frac{x^7}{7}+\ldots+\frac{x^{2k+1}}{2k+1}+\ldots+\frac{x^{2n+1}}{2n+1}+o(x^{2n+2})$
$x \mapsto \arcsin x$	$x+\frac{x^3}{6}+\frac{3x^5}{40}+\frac{5x^7}{112}+\ldots+\frac{(2k)!}{2^{2k}(k!)^2}\frac{x^{2k+1}}{2k+1}+\ldots+\frac{(2n)!}{2^{2n}(n!)^2}\frac{x^{2n+1}}{2n+1}+o(x^{2n+2})$
$x \mapsto \arccos x$	$\frac{\pi}{2}-x-\frac{x^3}{6}-\frac{3x^5}{40}-\frac{5x^7}{112}-\ldots-\frac{(2k)!}{2^{2k}(k!)^2}\frac{x^{2k+1}}{2k+1}-\ldots-\frac{(2n)!}{2^{2n}(n!)^2}\frac{x^{2n+1}}{2n+1}+o(x^{2n+2})$
$x \mapsto \operatorname{arg\,sinh} x$	$x-\frac{x^3}{6}+\frac{3x^5}{40}-\frac{5x^7}{112}+\ldots+\frac{(-1)^k(2k)!}{2^{2k}(k!)^2}\frac{x^{2k+1}}{2k+1}+\ldots+\frac{(-1)^n(2n)!}{2^{2n}(n!)^2}\frac{x^{2n+1}}{2n+1}+\mathrm{o}(x^{2n+2})$